

Graphen, Netzwerke und Algorithmen

3., vollständig überarbeitete
und erweiterte Auflage

von
Prof. Dr. Dieter Jungnickel
Universität Augsburg



Wissenschaftsverlag
Mannheim · Leipzig · Wien · Zürich

*When we have not what we like,
we must like what we have.
(Bussy-Rabutin)*

INHALTSVERZEICHNIS

1. GRUNDBEGRIFFE DER GRAPHENTHEORIE 17

- 1.1 Graphen, Untergraphen, Faktoren 18
- 1.2 Wege, Kreise, Zusammenhang, Bäume 22
- 1.3 Eulersche Kreise 31
- 1.4 Hamiltonsche Kreise 33
- ✓ 1.5 Planare Graphen 41
- 1.6 Digraphen 46
- 1.7 Eine Anwendung: Turniere und Ligen 50

2. ALGORITHMEN UND KOMPLEXITÄT 55

- 2.1 Algorithmen 56
- 2.2 Zur Darstellung von Graphen 59
- 2.3 Der Algorithmus von Hierholzer 63
- 2.4 Bemerkungen zur Schreibweise 66
- 2.5 Zur Komplexität von Algorithmen 69
- 2.6 Kreisfreie Digraphen 73
- 2.7 NP-vollständige Probleme 76
- 2.8 Die NP-Vollständigkeit von HC 81

3. KÜRZESTE WEGE 89

- 3.1 Kürzeste Wege 89
- 3.2 Endliche metrische Räume 92
- 3.3 Breitensuche und bipartite Graphen 94
- 3.4 Die Bellman-Gleichungen und kreisfreie Digraphen 100
- 3.5 Eine Anwendung: Projektplanung 104
- ✓ 3.6 Der Algorithmus von Dijkstra 108
- 3.7 Eine Anwendung: Taktfahrpläne 114
- 3.8 Der Algorithmus von Floyd-Warshall 117
- 3.9 Kreise negativer Länge 123
- 3.10 Wegalgebren 125

4. ERZEUGENDE BÄUME 133

- 4.1 Bäume und Wälder 133
- 4.2 Inzidenzmatrizen 135
- 4.3 Minimale erzeugende Bäume 141
- 4.4 Die Algorithmen von Prim, Kruskal und Boruvka 143
- 4.5 Maximale erzeugende Bäume 152
- 4.6 Steiner-Bäume 154
- 4.7 Restringierte erzeugende Bäume 158
- 4.8 Arboreszenzen und gerichtete Eulersche Kreise 162

5. DER GREEDY-ALGORITHMUS 169

- 5.1 Der Greedy-Algorithmus und Matroide 170
- 5.2 Charakterisierungen von Matroiden 172
- 5.3 Matroid-Dualität 179
- 5.4 Der Greedy-Algorithmus als Approximations-Verfahren 181
- 5.5 Minimierung über Unabhängigkeitssystemen 190
- 5.6 Zugängliche Mengensysteme 195

6. FLÜSSE 201

- 6.1 Die Sätze von Ford und Fulkerson 201
- 6.2 Der Algorithmus von Edmonds und Karp 209
- 6.3 Geschichtete Netzwerke und Phasen 218
- 6.4 Konstruktion blockierender Flüsse 227
- 6.5 Null-Eins-Flüsse 237
- 6.6 Der Algorithmus von Goldberg und Tarjan 242

7. KOMBINATORISCHE ANWENDUNGEN 263

- 7.1 Disjunkte Wege: Der Satz von Menger 263
- 7.2 Korrespondenzen: Der Satz von König 268
- 7.3 Partielle Transversalen: Der Heiratssatz 273
- 7.4 Kombinatorik von Matrizen 281
- 7.5 Zerlegungen: Der Satz von Dilworth 285
- 7.6 Parallelismen: Der Satz von Baranyai 290
- 7.7 Angebot und Nachfrage: Der Satz von Gale und Ryser 294

8. FÄRBUNGEN 299

- 8.1 Vergleichbarkeits- und Intervallgraphen 299
- 8.2 Färbungen 303
- 8.3 Kantenfärbungen 306
- 8.4 Cayley-Graphen 310

9. ZIRKULATIONEN 315

- 9.1 Zirkulationen und Flüsse 315
- 9.2 Zulässige Zirkulationen 319
- 9.3 Elementare Zirkulationen 327
- 9.4 Minty's Färbungslemma 330
- 9.5 Der Algorithmus von Klein 334

9.6	Der Algorithmus von Busacker und Gowen	338
9.7	Potentiale und ϵ -Optimalität	342
9.8	Bestimmung optimaler Zirkulationen durch sukzessive Approximation	353
9.9	Eine Polynomiale Refine-Prozedur	358
9.10	Der Algorithmus von Klein II	367
9.11	Einige weitere Probleme	374
10.	NETZWERK-SYNTHESE	377
10.1	Symmetrische Netzwerke	378
10.2	Synthese Äquivalenter Fluß-Bäume	381
10.3	Synthese minimaler Netzwerke	390
10.4	Schnitt-Bäume	397
10.5	Kapazitätserhöhung	402
11.	ZUSAMMENHANGSBEGRIFFE	407
11.1	Mehrfach zusammenhängende Graphen	407
11.2	Tiefensuche	411
11.3	Zweifach zusammenhängende Graphen	415
11.4	Tiefensuche auf Digraphen	423
11.5	Stark zusammenhänge Digraphen	426
11.6	Kantenzusammenhang	431
12.	KORRESPONDENZEN	435
12.1	Das 1-Faktor-Theorem	436
12.2	Zunehmende Wege	439
12.3	Alternierende Bäume und Blüten	444
12.4	Der Algorithmus von Edmonds	453
12.5	Korrespondenzmatroide	472

13. GEWICHTETE KORRESPONDENZEN 475

- 13.1 Der bipartite Fall 476
- 13.2 Der Ungarische Algorithmus 477
- 13.3 Korrespondenzen, Lineare Programme und Polytope 489
- 13.4 Der allgemeine Fall 494
- 13.5 Der chinesische Postbote 499
- 13.6 Korrespondenzen und kürzeste Wege 504
- 13.7 Weitere Probleme über Korrespondenzen 513

14. EIN HARTES PROBLEM: DAS TSP 515

- 14.1 Problemstellung 516
- 14.2 Untere Schranken: Relaxation 519
- 14.3 Untere Schranken: Subgradienten-Optimierung 524
- 14.4 Approximative Algorithmen 530
- 14.5 Obere Schranken: Heuristiken 537
- 14.6 Obere Schranken: Postoptimierung 540
- 14.7 Exakte Nachbarschaften 545
- 14.8 Optimale Lösungen: Branch and bound 551
- 14.9 Ausblick 559
- 14.10 Anhang: Einige NP-vollständige Probleme 561

ANHANG: LÖSUNGSHINWEISE 571**LITERATURVERZEICHNIS 653****SYMBOLVERZEICHNIS 683**

- 1. Allgemeine Symbole 683
- 2. Spezielle Symbole 686

VERZEICHNIS DER PROZEDUREN 691**REGISTER 693**