УДК 004.384:004.272:004.414.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА В ЗАДАЧЕ ПОИСКА КРАТЧАЙШЕГО ПУТИ В ГРАФЕ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЙ НА ПЛОТНОСТЬ ГРАФА

Ватутин Э.И., Титов В.С.
ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет»

Существует достаточно большое число задач из области дискретной комбинаторной оптимизации (построение расписаний [1–2], задачи проектирования мультисистем [3–5], задачи трассировки [6] и т.д.), решение которых имеет важное значение. Далеко не все из них имеют известные быстрые (полиномиальные) алгоритмы, дающие оптимальные либо близкие к ним решения, поэтому на практике зачастую актуальной является разработка таковых. Для решения задач класса NP или полиномиально сводимых к ним ввиду невозможности разработки полиномиальных алгоритмов, гарантирующих получение оптимальных решений, разработан и с успехом применяются ряд эвристических методов [7], основанных на вариациях ограниченного обхода комбинаторного дерева решений [8], жадных подходах, использовании различных стохастических методов, таких как случайный перебор и его модификации [9–11], методы на базе группового интеллекта [12–16] или моделирование имитации отжига [17–18]. Достаточно перспективным классом методов являются генетические методы, основанные на эволюционном принципе модификации решений при моделировании с использованием компьютера, обычно включающем в своем составе такие составляющие процесса эволюции видов в природе, как наследственность, изменчивость и естественный отбор [19–22]. Данные методы основаны на применении ряда генетических операторов (обычно скрещивание, мутация и кроссинговер) с целью улучшения функции приспособленности у особей в составе популяции в ходе естественного отбора, обычно выражаемого в том, что в процессе размножения участвуют наиболее приспособленные особи.

При решении задач дискретной комбинаторной оптимизации с ограничениями манипуляция с генотипами как, например, с битовыми строками приводит к высокой вероятности получения потомков, которым соответствуют некорректные решения, не удовлетворяющие условиям задачи либо нарушающие ограничения, что существенно снижает эффективность и область применения методов данного направления и вынуждает использовать иные, более интеллектуальные, принципы выполнения скрещивания, в общем случае индивидуальные для каждой рассматриваемой задачи.

В данной работе приведено описание особенностей применения разработанной программной реализации генетического метода в задаче поиска кратчайшего пути в графе $G = \langle A, V \rangle$, где $A = \{a_1, a_2, ..., a_N\}$ – множество вершин, $N = |A|$ – число вершин, $V = \{v_1, v_2, ..., v_M\} \subseteq A \times A$ – множество дуг, взвешенных значением длины $l(v_i) = l\left(a_{i_{нач}}, a_{i_{кон}}\right) \in [0;1]$, $M = |V|$ – число дуг, $d(G) = \dfrac{M}{N(N-1)}$ – плотность графа. Данная задача достаточно просто формулируется в терминах теории графов и имеет точное решение, получаемое с использованием алгоритма Дейкстры [23] за время $O\left(N^2\right)$, что позволяет ее использование в качестве тестовой для сравнения различных эвристических методов.

Каждую конкретную особь X_i, $i = \overline{1, V}$ популяции $X = \{X_1, X_2, ..., X_V\}$ будем отождествлять с соответствующим ей путем $P_i = \left[a_{i_1} = a_{нач}, a_{i_2}, ..., a_{i_Q} = a_{кон}\right]$ между заданными начальной $a_{нач}$ и конечной $a_{кон}$ вершинами пути, объем популяции $V = |X|$ будем выбирать в виде некоторого константного значения. В качестве функции приспособленности (англ. fitness) $f(X_i)$, определяющей вероятность участия выбранной особи X_i в скрещивании с возможностью породить потомство, будем использовать целевую функцию, выраженную длиной пути $L(P)$. В скрещивании на каждой из итераций алгоритма принимают участие две особи X_i и X_j, $i, j = \overline{1, V}$, $i \neq j$, для которых $\left(f(X_i) r_k \to \min\right) \wedge \left(f(X_j) r_{k+1} \to \min\right)$, где r_k – очередное псевдослучайное число.

Для выбранного способа кодирования генотипа особей, фактически представляющего собой массив номеров вершин, по ряду причин невозможно использование тривиального оператора скрещивания, основанного на представлении массивов в виде битовых строк с последующими манипуляциями над ними (например, операцией одноточечного кроссинговера [7]) ввиду возможности получения некорректных решений. Отталкиваясь от данных особенностей и учитывая необходимость наследования генетической информации от родителей к потомкам, будем выполнять скрещивание так, чтобы потомок содержал часть пути от каждого из родителей. При этом на практике возможно возникновение двух ситуаций, схематично изображенных на рис. 1.

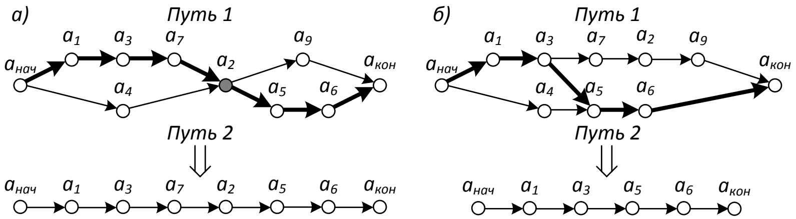

Рис. 1. Примеры скрещивания пересекающихся (а) и не пересекающихся (б) путей, результирующие пути выделены жирными линиями

В первом случае (рис. 1, а) имеет место пара путей, пересекающихся в вершине a_2, что позволяет тривиальную реализацию копирования генетической информации от родителей к потомку путем выбора первой половины пути (до точки пересечения) от одного из родителей и второй (после точки пересечения) – от другого. Во втором случае (рис. 1, б) пути не пересекаются, а скрещивание возможно выполнять путем выбора пары случайных вершин в составе каждого из путей с последующим их соединением дугой. При этом, как и в предыдущем примере, потомок сохраняет часть генов (фрагменты путей) от родителей. Второй способ скрещивания является более общим и может применяться для скрещивания как пересекающихся, так и не пересекающихся путей.

Оператор мутации в рассматриваемой задаче может быть реализован в виде модифицирующих операций аналогично реализованному в работе [18], к которым относятся операции добавления в вершины в путь, удаления вершины, замены вершины и изменения порядка следования пары вершин. Как показали вычислительные эксперименты, статистически значимое влияние на качество решений оказывает лишь операция добавления вершин в путь, влияние остальных операций (включая операцию инверсии части пути) не прослеживается.

В ходе выполнения операторов скрещивания и мутации возможно появление решений, в которых присутствуют циклы, т.е. одна и та же вершина посещается как минимум дважды. Подобные решения должны быть подвергнуты процедуре удаления циклов, схематично показанной на рис. 2 и заключающейся в поиске номеров вершин, встречающихся в пути дважды, с удалением участка пути между ними.

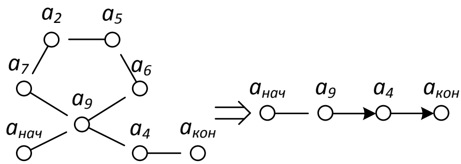

Рис. 2. Пример пути, содержащего цикл, и результат его удаления

С использованием рассмотренной выше процедуры отбора наиболее приспособленных особей с последующим применением операторов скрещивания, мутации и удаления циклов возможна реализация итеративного процесса эволюции, в ходе которого для каждой из особей производится оценка функции приспособленности (качества решения) и реализуется обновление текущего рекорда, являющегося результатом R итераций эволюции, причем итоговое число просмотренных решений определяется как $C = (R+1)V$, начальное формирование популяции возможно с использованием более простых методов (в данном случае для этого был использован метод случайного перебора [9–10] с возвратами [24]).

Генетический алгоритм и соответствующая ему программная реализация приведены в [7]. Перед их использованием на практике необходимо определиться со значениями настроечных параметров, к которым относятся объем популяции V, число эпох эволюции $R = \dfrac{C}{V} - 1$ и вероятности применения оператора мутации P_{mut}^{x} каждого типа модификации решения, т.е. выполнить метаоптимизацию.

Ее результаты для различных значений размерности задачи N показаны на рис. 3–5 для выборки $\Lambda = \{G_1, G_2, ..., G_K\}$ из K псевдослучайных матриц смежности для взвешенных неориентированных графов с априорно заданными числом вершин N и плотностью d.

Полученные зависимости позволяют сделать вывод о том, что для обеспечения получения решений приемлемого качества необходимо поддержание достаточного объема популяции, как минимум $V = 200 \div 300$ особей. При этом с ростом объема выборки при ограничении на число просматриваемых решений $C = const$, которое является следствием ограничения на объем вычислительного времени, отведенного на решение задачи, уменьшается число эпох эволюции, что может негативно отразиться на качестве получаемых решений.

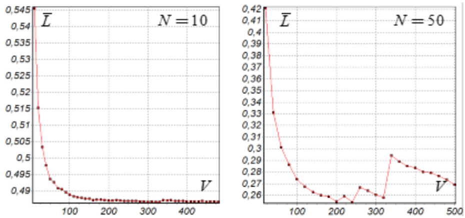

Рис. 3. Зависимости средней длины путей $\overline{L}$ от объема популяции V при $d = 0{,}5$, $K = 10\,000$, $C = 1\,000$, $P_{mut}^{+} = 0{,}5$

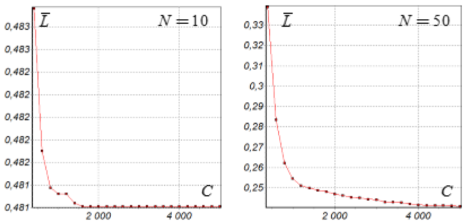

Рис. 4. Зависимости средней длины путей $\overline{L}$ от разрешенного числа получаемых решений C при $d = 0{,}5$, $K = 1\,000$, $V = 200$, $P_{mut}^{+} = 0{,}5$

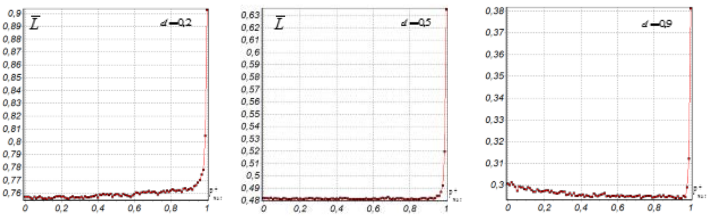

Рис. 5.Зависимости средней длины путей $\overline{L}$ от вероятности добавления случайной вершины в путь P_{mut}^{+} при $N = 20$, $K = 1\,000$, $V = 200$

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что высокая вероятность мутаций $\left(P_{mut}^{+} > 0{,}9\right)$ оказывает негативное влияние на качество решений. В то же время для графов различной плотности оптимальными являются различные значения: для графов малой плотности предпочтительным является значение $P_{mut}^{+} \in [0; 0{,}2]$, для графов большой плотности – $P_{mut}^{+} \in [0{,}6; 0{,}9]$, графы средней плотности практически нечувствительны к изменению значения P_{mut}^{+}.

В перспективе дальнейших исследований необходима организация вычислительного эксперимента с целью исследования возможности применения указанного подхода при построении кратчайших путей для различной размерности задачи N и плотности графа d, что чего нужны существенно б**о**льшие затраты вычислительного времени. Учитывая слабую связанность данной задачи, она может быть решена с использованием грид-систем на добровольной основе [25–26].

Литература

1. Ватутин Э.И., Романченко А.С., Титов В.С. Исследование влияния порядка рассмотрения пар на качество расписаний при использовании жадного подхода // Известия ЮЗГУ. 2013. № 1 (46). С. 58–64.
2. Ватутин Э.И., и др. Исследование влияния частичного упорядочивания пар и локального улучшения окрестности пары на качество расписаний при использовании жадного подхода // Известия ЮЗГУ. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2014. № 1. С. 8–16.
3. Организация и синтез микропрограммных мультимикроконтроллеров / Зотов И.В., Титов В.С. и др. Курск: изд-во Курск, 1999. 368 с.
4. Ватутин Э.И., Зотов И.В., Сохен М.Ю., Титов В.С. Комбинаторно-логические задачи синтеза разбиений параллельных алгоритмов логического управления при проектировании логических мультиконтроллеров: монография / Курск: изд-во КурскГТУ, 2010. 200 с.
5. Ватутин Э.И. Проектирование логических мультиконтроллеров. Синтез разбиений параллельных граф-схем алгоритмов. Saarbrucken: Lambert Academic Publishing, 2011 г. 292 с.
6. Курейчик В.М., и др. Комбинаторные аппаратные модели и алгоритмы в САПР. М.: Радио и связь, 1990. 216 с.
7. Ватутин Э.И., Титов В.С., Емельянов С.Г. Основы дискретной комбинаторной оптимизации. М.: Инфра-М, 2016. 271 с.
8. Ватутин Э.И., Титов В.С. и др. Анализ результатов использования метода перебора с ограничением глубины в задаче поиска кратчайшего пути в графе // МППОС’15. Барнаул, 2015. С. 120–128.
9. Ватутин Э.И., Титов В.С. и др. Метод случайного перебора в задаче построения разбиений граф-схем параллельных алгоритмов // МППОС’14. Барнаул: Барнаул, 2014. С. 115–125.
10. Ватутин Э.И., Колясников Д.В., Титов В.С. Анализ результатов применения метода случайного перебора в задаче поиска разбиений граф-схем параллельных алгоритмов // Известия ЮФУ. Технические науки. 2014. № 12 (161). С. 102–110.
11. Ватутин Э.И., Титов В.С. и др. Метод взвешенного случайного пе-

ребора для решения задач дискретной комбинаторной оптимизации // Известия ВолГТУ. Серия: Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь. № 10 (137). Вып. 9. 2014. с. 59–64.

12. Dorigo M. Optimization, Learning and Natural Algorithms // PhD thesis. Politecnico di Milano, Italie, 1992.
13. Ватутин Э.И., Титов В.С. Анализ результатов применения алгоритма муравьиной колонии в задаче поиска пути в графе при наличии ограничений // Изв. ЮФУ. Техн. науки. 2014. № 12. С. 111–120.
14. Ватутин Э.И., Титов В.С. Об одном подходе к использованию алгоритма муравьиной колонии при решении задач дискретной комбинаторной оптимизации // Интеллект 2015. Тула, 2015. С. 8–13.
15. Karaboga D.D. An Idea Based On Honey Bee Swarm for Numerical Optimization // Technical Report-TR06, Erciyes University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, 2005.
16. Pham D.T., et al. The Bees Algorithm // Technical Note, Manufacturing Engineering Centre, Cardiff University, UK, 2005.
17. Kirkpatrick S., Gelatt C.D., Vecchi M.P. Optimization by Simulated Annealing // Science. Vol. 220 No. 4598. 1983. pp. 671–680.
18. Ватутин Э.И., Титов В.С. Параметрическая оптимизация алгоритма имитации отжига на примере решения задачи поиска кратчайшего пути в графе // Вестник ЧГУ. № 6 (67). 2015. С. 13–16.
19. Вороновский Г.К., Махотило К.В., Петрашев С.Н., Сергеев С.А. Генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и проблемы виртуальной реальности. Харьков: Основа, 1997. 112 с.
20. Галкина В.А. Дискретная математика: комбинаторная оптимизация на графах. М.: Гелиос АРВ, 2003. 232 с.
21. Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 320 с.
22. Панченко Т.В. Генетические алгоритмы. Астрахань, 2007. 87 с.
23. Dijkstra E.W. A note on two problems in connexion with graphs // Numerische Mathematik. V. 1 (1959), PP. 269–271.
24. Ватутин Э.И., Мартынов И.А., Титов В.С. Способ обхода тупиков при решении задач дискретной оптимизации с ограничениями // ПИТ-2014. Самара, 2014. С. 313–317.
25. http://gerasim.boinc.ru
26. Vatutin E.I., Titov V.S. Voluntary distributed computing for solving discrete combinatorial optimization problems using Gerasim@home project // GRID’2014. Dubna: JINR, 2014. PP. 60–61.